



رياضيات ٦

التعليم الثانوي - نظام المقررات

مسار العلوم الطبيعية

كتاب التمارين

Original Title:

Precalculus ©2011 & Algebra 2 ©2010

By:

John A. Carter, Ph. D
Prof. Gilbert J. Cuevas
Roger Day, Ph. D
Carol E. Malloy, Ph. D
Luajean Bryan
Berchie Holliday, Ed. D
Prof. Viken Hovsepian
Ruth M. Casey

CONSULTANTS

Mathematical Content

Prof. Viken Hovsepian
Grant A. Fraser, Ph.D
Arthur K. Wayman, Ph.D

Gifted and talented

Shelbi K. Cole

Mathematical Fluency

Robert M. Capraro

Reading and Writing

Releah Cossett Lent
Lynn T. Havens

Graphing Calculator

Ruth M. Casey
Jerry J. Cummins

Test Preperation

Christopher F. Black

Science/Physics

Jane Bray Nelson
Jim Nelson

رياضيات ٦

التعليم الثانوي - نظام المقررات - مسار العلوم
الطبيعية

أعدَّ النسخة العربية: شركة العبيكان للأبحاث والتطوير

التحرير والمراجعة والمواءمة

د. ناصر بن حمد العويشق
محمد بن عبدالله البصيص
عبدالحكيم عبدالله سليمان
عمر محمد أبوغليون
خلود عبد الحفيظ لوياني
هاني جميل زريقات

التعريب والتحرير اللغوي

نخبة من المتخصصين

www.glencoe.com

www.obeikaneducation.com



Education



English Edition Copyright © 2010 the McGraw-Hill Companies, Inc.
All rights reserved.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with
The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.

حقوق الطبعة الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل © ٢٠١٠م.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار
وفقاً لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل © ٢٠٠٨م / ١٤٢٩هـ.

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواء أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين
و الاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.

الفهرس

الفصل الأول:

المتجهات

- 1-1 مقدمة في المتجهات 4
1-2 المتجهات في المستوى الإحداثي 5
1-3 الضرب الداخلي 6
1-4 المتجهات في الفضاء الثلاثي الأبعاد 7
1-5 الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي 8
للمتجهات في الفضاء

الفصل الثالث:

الاحتمال والإحصاء

- 3-1 الدراسات التجريبية والمسحية وبالملاحظة 12
3-2 التحليل الإحصائي 13
3-3 الاحتمال المشروط 14
3-4 الاحتمال والتوزيعات الاحتمالية 15
3-5 التوزيع الطبيعي 16
3-6 التوزيعات ذات الحدين 17

الفصل الثاني:

الإحداثيات القطبية والأعداد المركبة

- 2-1 الإحداثيات القطبية 9
2-2 الصورة القطبية والصورة الديكارتية
للمعادلات 10
2-3 الأعداد المركبة ونظرية ديموافر 11

الفصل الرابع:

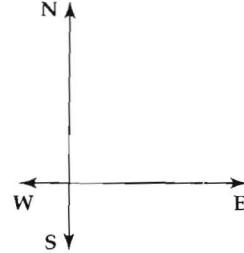
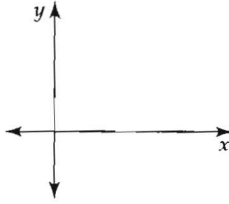
النهايات والاشتقاق

- 4-1 تقدير النهايات بيانياً 18
4-2 حساب النهايات جبرياً 19
4-3 المماس والسرعة المتجهة 20
4-4 المشتقات 21
4-5 المساحة تحت المنحنى والتكامل 22
4-6 النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل 23

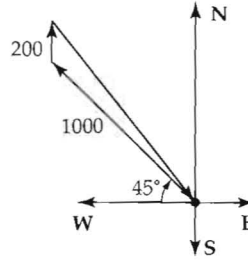
استعمل مسطرة ومنقلة لرسم متجه يمثل كل كمية مما يأتي، واكتب مقياس الرسم في كل حالة :

(2) 100 باوند t باتجاه 60° مع الأفقي

(1) $r = 60 \text{ m}$ باتجاه $N 45^\circ E$



(3) تسوق: سار محمد مسافة 1000 ft من منزله في اتجاه 45° شمال الغرب، ثم سار 200 ft في اتجاه الشمال؛ فوصل إلى مركز التسوق. كم أصبح بُعد محمد عن منزله؟ وفي أي اتجاه؟



(4) بناء: يدفع عبد الله صندوقاً يحتوي على مواد بناء بقوة مقدارها 60 N وبزاوية قياسها 42° مع الأفقي.

(a) ارسم شكلاً يبين تحليل القوة التي يؤثر بها عبد الله في الصندوق إلى مركبتيه المتعامدتين.

(b) أوجد مقدار كل من المركبتين الأفقية والرأسية للقوة.

(5) طيران: تحلق طائرة بسرعة 500 mi/h في اتجاه الشمال. إذا هبت الرياح بسرعة 50 mi/h في اتجاه الغرب فأوجد محصلة سرعة الطائرة.

أوجد الصورة الإحداثية، وطول $\overrightarrow{AB}$ المُعطاة نقطتا بدايته ونهايته في كلٍّ مما يأتي:

(3) $A(-3, -6), B(8, -1)$

(2) $A(4, -2), B(5, -5)$

(1) $A(2, 4), B(-1, 3)$

إذا كان $\mathbf{v} = \langle 2, -1 \rangle$, $\mathbf{w} = \langle -3, 5 \rangle$ ، فأوجد كلًّا مما يأتي:

(5) $\mathbf{w} - 2\mathbf{v}$

(4) $3\mathbf{v}$

(7) $5\mathbf{w} - 3\mathbf{v}$

(6) $4\mathbf{v} + 3\mathbf{w}$

أوجد متجه وحدة $\mathbf{u}$ له اتجاه $\mathbf{v}$ نفسه في كلٍّ مما يأتي:

(9) $\mathbf{v} = \langle -8, -2 \rangle$

(8) $\mathbf{v} = \langle -3, 6 \rangle$

اكتب $\overrightarrow{DE}$ المُعطاة نقطتا بدايته ونهايته بدلالة متجهي الوحدة $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ في كلٍّ مما يأتي:

(11) $D(-4, 3), E(5, -2)$

(10) $D(4, -5), E(6, -7)$

(13) $D(2, 1), E(3, 7)$

(12) $D(4, 6), E(-5, -2)$

أوجد الصورة الإحداثية للمتجه $\mathbf{v}$ المُعطى طوله وزاوية اتجاهه مع المحور الأفقي في كلٍّ مما يأتي:

(15) $|\mathbf{v}| = 8, \theta = 132^\circ$

(14) $|\mathbf{v}| = 12, \theta = 42^\circ$

(16) بستنة: يقوم علي ومحمد بدفع حجر من حديقتهما. إذا كان علي يدفع الحجر بقوة مقدارها 120 N بزاوية تميل 60° عن المحور الأفقي، في حين يدفع محمد الحجر بقوة مقدارها 180 N بزاوية تميل 40° عن المحور الأفقي، فأوجد مقدار محصلة القوى الناتجة عن تأثير قوتي الدفع معًا.

أوجد الضرب الداخلي للمتجهين u, v ، ثم تحقق مما إذا كانا متعامدين في كلٍّ مما يأتي :

$$u = \langle 2, 0 \rangle, v = \langle -1, -1 \rangle \quad (3) \quad u = -i + 4j, v = 3i - 2j \quad (2) \quad u = \langle 3, 6 \rangle, v = \langle -4, 2 \rangle \quad (1)$$

أوجد قياس الزاوية θ بين المتجهين u, v في كلٍّ مما يأتي، وقرب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة:

$$u = \langle -1, 9 \rangle, v = \langle 3, 12 \rangle \quad (4)$$

$$u = \langle -6, -2 \rangle, v = \langle 2, 12 \rangle \quad (5)$$

$$u = 27i + 14j, v = i - 7j \quad (6)$$

$$u = 5i - 4j, v = 2i + j \quad (7)$$

أوجد مسقط u على v ، ثم اكتب u في صورة مجموع متجهين متعامدين أحدهما مسقط u على v في كلٍّ مما يأتي:

$$u = \langle 4, 8 \rangle, v = \langle -1, 2 \rangle \quad (8)$$

$$u = \langle 62, 21 \rangle, v = \langle -12, 4 \rangle \quad (9)$$

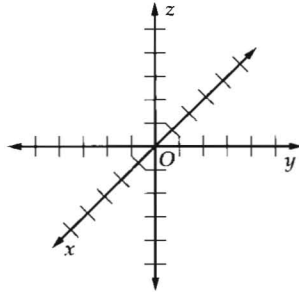
$$u = \langle -2, -1 \rangle, v = \langle -3, 4 \rangle \quad (10)$$

(11) **مواصلات:** انطلق القطاران A, B من نقطة واحدة. إذا كان $\langle 33, 12 \rangle$ يُمثل مسار القطار A، و $\langle 55, 4 \rangle$ يُمثل مسار القطار B، فأوجد قياس الزاوية بين المتجهين.

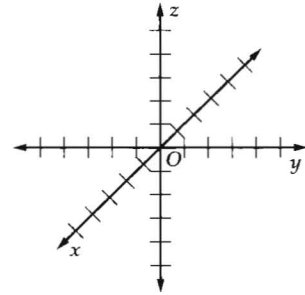
(12) **فيزياء:** يدفع شخص عربة بقوة مقدارها 100 N إلى أعلى سطح مائل طوله 6 m، ويميل بزاوية قياسها 30° عن الأفقي. أوجد مقدار الشغل بالجول الذي يبذله الشخص في الاتجاه الرأسي، وقرب الناتج إلى أقرب عدد صحيح. (إرشاد: استعمل نسبة الجيب، والصيغة $W = F \cdot d$ ، حيث W الشغل بالجول، و F القوة بالنيوتن، و d المسافة بالأمتار).

عين كل نقطة مما يأتي في نظام الإحداثيات الثلاثي الأبعاد أدناه :

(2) $(2, 0, -5)$

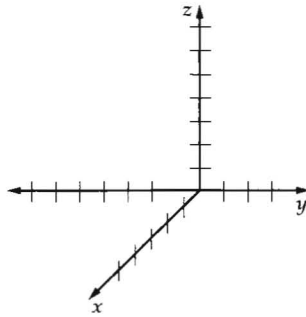


(1) $(-3, 4, -1)$

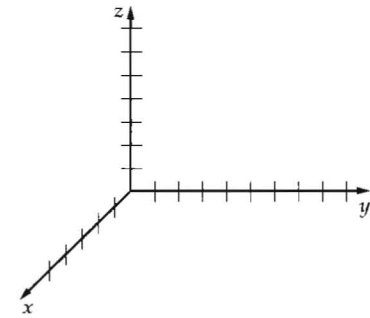


مثل كلاً من المتجهات الآتية في نظام الإحداثيات الثلاثي الأبعاد أدناه :

(4) $\langle 4, -2, 6 \rangle$



(3) $\langle 4, 7, 6 \rangle$



أوجد الصورة الإحداثية، وطول $\overrightarrow{AB}$ المُعطاة نقطتا بدايته ونهايته في كل مما يأتي، ثم أوجد متجه وحدة في اتجاه $\overrightarrow{AB}$:

(6) $A(4, 0, 6), B(7, 1, -3)$

(5) $A(2, 1, 3), B(-4, 5, 7)$

(8) $A(6, 8, -5), B(7, -3, 12)$

(7) $A(-4, 5, 8), B(7, 2, -9)$

أوجد إحداثيي نقطة المنتصف، وطول القطعة المستقيمة المُعطاة نقطتا طرفيها في كل مما يأتي :

(10) $(-17, -3, 2), (3, -9, 5)$

(9) $(3, 4, -9), (-4, 7, 1)$

أوجد كلاً مما يأتي للمتجهين $\mathbf{v} = \langle 2, -4, 5 \rangle, \mathbf{w} = \langle 6, -8, 9 \rangle$:

(12) $5\mathbf{v} - 2\mathbf{w}$

(11) $\mathbf{v} + \mathbf{w}$

الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء

أوجد الضرب الداخلي للمتجهين في كلٍّ مما يأتي، ثم حدّد ما إذا كانا متعامدين:

$$(1) \langle -2, 0, 1 \rangle, \langle 3, 2, -3 \rangle \quad (2) \langle 1, -3, 4 \rangle, \langle -4, -1, 1 \rangle \quad (3) \langle 1, -2, 0 \rangle, \langle 0, 0, 1 \rangle$$

أوجد قياس الزاوية θ بين المتجهين u, v في كلٍّ مما يأتي، وقرب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة:

$$(4) u = \langle 1, -2, 1 \rangle \quad (5) u = \langle 3, -2, 1 \rangle \quad (6) u = \langle 2, -4, 4 \rangle$$

$$v = \langle 0, 3, -2 \rangle \quad v = \langle -4, -2, 5 \rangle \quad v = \langle -2, -1, 6 \rangle$$

أوجد الضرب الاتجاهي للمتجهين u, v في كلٍّ مما يأتي، ثم بيّن أن $v \times u$ عمودي على كلٍّ من u, v :

$$(7) u = \langle 1, 3, 4 \rangle, v = \langle -1, 0, -1 \rangle \quad (8) u = \langle 3, 1, -6 \rangle, v = \langle -2, 4, 3 \rangle$$

$$(9) u = \langle 3, 1, 2 \rangle, v = \langle 2, -3, 1 \rangle \quad (10) u = \langle 4, -1, 0 \rangle, v = \langle 5, -3, -1 \rangle$$

أوجد مساحة سطح متوازي الأضلاع الذي فيه u, v ضلعان متجاوران في كلٍّ مما يأتي:

$$(11) u = \langle 9, 4, 2 \rangle, v = \langle 6, -4, 2 \rangle \quad (12) u = \langle 2, 0, -8 \rangle, v = \langle -3, -8, -5 \rangle$$

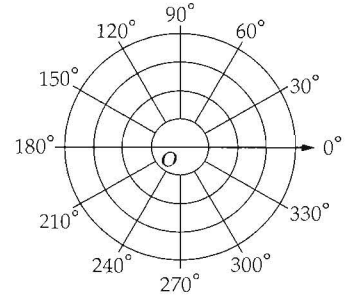
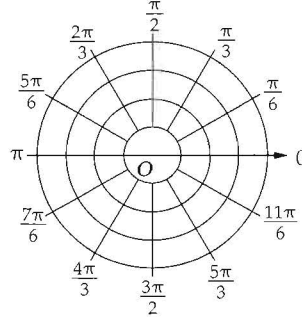
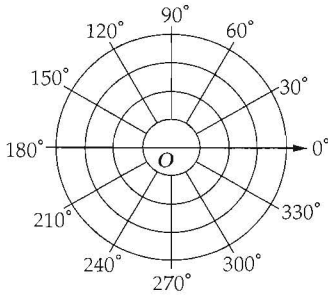
(13) أوجد حجم متوازي السطوح الذي تكون فيه المتجهات $\langle -8, -5, -2 \rangle, \langle 6, -2, -7 \rangle, \langle 3, -2, 9 \rangle$ أحرفاً متجاورة.

مثّل كل نقطة مما يأتي في المستوى القطبي أدناه:

(1) $(2.5, 0^\circ)$

(2) $(-2, \frac{\pi}{4})$

(3) $(-1, -30^\circ)$

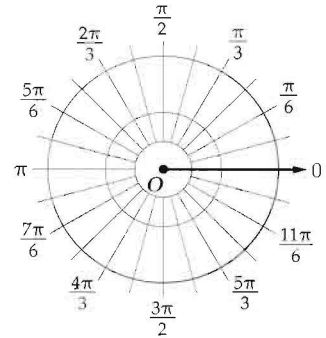
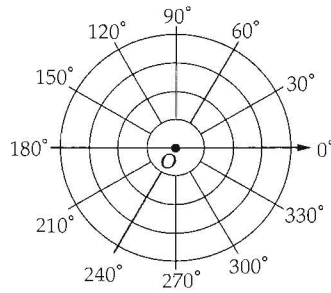
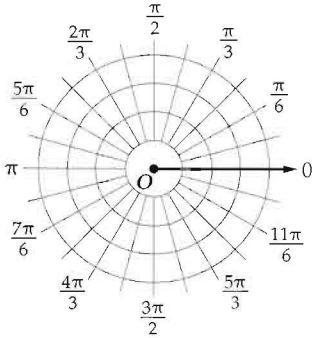


مثّل كل معادلة قطبية مما يأتي بيانًا في المستوى القطبي أدناه:

(4) $r = 3$

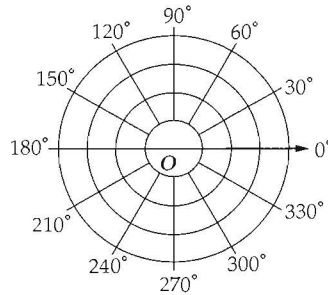
(5) $\theta = 60^\circ$

(6) $r = 4$



(7) **منظر طبيعي:** صمّم أحد المعمارين حديقة في مبنى جديد.

(a) إذا وضع المصمّم نخلة عند النقطة $(3, -135^\circ)$ ، فمثّل موقع النخلة في المستوى القطبي أدناه.



(b) إذا أراد المصمّم وضع مقعد عند $(-4, 85^\circ)$ ، وإنشاء بركة عند $(1, 105^\circ)$ فأوجد المسافة بين المقعد والبركة.

الصورة القطبية والصورة الديكارتية للمعادلات

حوّل الإحداثيات القطبية إلى إحداثيات ديكارتية، لكل نقطة مما يأتي:

(3) $(4, \frac{\pi}{6})$

(2) $(-4, 45^\circ)$

(1) $(6, 120^\circ)$

أوجد زوجين مختلفين كل منهما يمثل إحداثيين قطبيين لكل نقطة معطاة بالإحداثيات الديكارتية، بحيث $0 \leq \theta < 2\pi$ ، في كل مما يأتي:

(6) $(-3, \sqrt{3})$

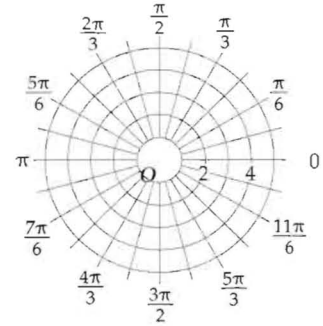
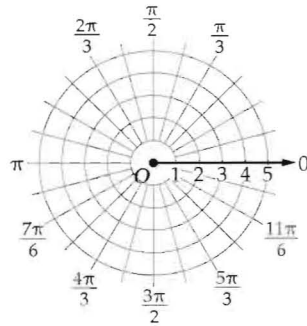
(5) $(2, -3)$

(4) $(2, 2)$

حدّد شكل التمثيل البياني لكل من المعادلتين الديكارتيتين الآتيتين، ثم اكتب كلّاً منهما على الصورة القطبية:

(8) $y = 3$

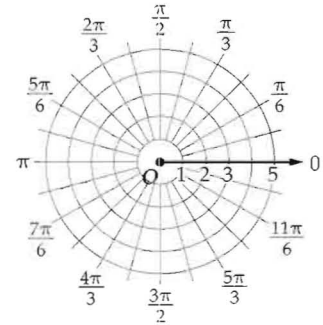
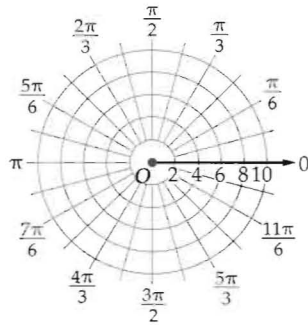
(7) $x^2 + y^2 = 9$



اكتب كلّاً من المعادلتين القطبيتين الآتيتين على الصورة الديكارتية، وحدّد نوع التمثيل البياني لكلٍّ منهما:

(10) $r \cos \theta = 5$

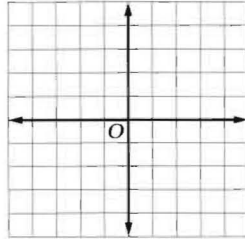
(9) $r = 4$



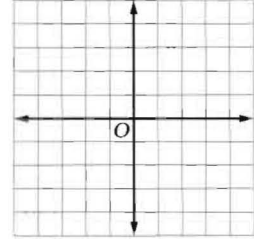
(11) مساحة: وجد مساح حدّاً لأرض عند نقطة إحداثياها القطبيين $(40, 62^\circ)$. ما الإحداثيات الديكارتية لهذه النقطة؟

مثّل كلّاً من العددين المركبين الآتيين في المستوى المركب، وأوجد قيمته المطلقة (قرب إلى أقرب جزء من مئة):

(2) $-1 + 4i$



(1) $2 + 3i$



اكتب كلّاً من العددين المركبين الآتيين على الصورة القطبية:

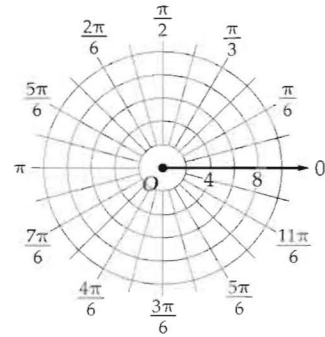
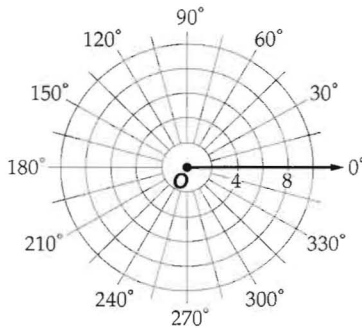
(4) $3\sqrt{3} - 3i$

(3) $2 + 2\sqrt{3}i$

مثّل كلّاً من العددين المركبين الآتيين في المستوى القطبي، ثم عبّر عنه بالصورة الديكارتية:

(6) $5 (\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ)$

(5) $4 \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$



أوجد الناتج لكلّ مما يأتي، ثم عبّر عنه بالصورة الديكارتية:

(7) $2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) \cdot 5 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$

(8) $8 (\cos 240^\circ + i \sin 240^\circ) \div 4 (\cos 210^\circ + i \sin 210^\circ)$

أوجد الناتج لكلّ مما يأتي، ثم عبّر عنه بالصورة الديكارتية:

(10) $(1 + i)^{10}$

(9) $(-\sqrt{3} + i)^5$

أوجد جميع الجذور المطلوبة للعددين المركبين الآتيين:

(12) الجذور السباعية للعدد i

(11) الجذور الرباعية للعدد $-8 + 8\sqrt{3}i$

(13) كهرباء: أوجد شدة التيار المار في دائرة كهربائية فرق جهدها 12 V، ومعاوقتها $\Omega (2 - 4j)$ مستعملاً الصيغة

$E = I \cdot Z$ ، حيث E فرق الجهد بالفولت، و I التيار بالأمبير، و Z المعاوقة بالأوم (قرب إلى أقرب جزء من عشرة).

(إرشاد: يستعمل مهندسو الكهرباء الرمز j للدلالة على العدد التخيلي i ؛ لذا فهم يكتبون العدد المركب على الصورة $a + bj$. عبّر عن كلّ عدد على الصورة القطبية وعوضها في الصيغة المعطاة، ثم اكتب مقدار شدة التيار على الصورة الديكارتية).

حدد ما إذا كان كل من الموقفين الآتين يمثل دراسة تجريبية أو دراسة بالملاحظة، وإذا كانت دراسة تجريبية؛ فحدد المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة، ثم بيّن ما إذا كانت منحازة أم لا:

- (1) اختر 300 طالب نصفهم ممن يلعبون الشطرنج، (2) اختر 1000 شخص ووزّعهم عشوائيًا في مجموعتين، أعطِ إحدى المجموعتين فيتامينًا، وقارن بين درجاتهم. ولا تُعطِ للأخرى شيئًا.

حدّد ما إذا كانت كل حالة من الحالتين الآتيتين تتطلب دراسة مسحية أم دراسة بالملاحظة أم دراسة تجريبية، وفسر إجابتك.

- (3) تريد مقارنة صحّة الطلاب الذين يذهبون إلى المدرسة سيرًا على الأقدام والذين يأتون بالحافلات المدرسية. (4) تريد معرفة ما إذا كان الطلاب الذين يأكلون حلوى قبل الاختبار مباشرة يحصلون على درجات أعلى من أولئك الذين لا يأكلون الحلوى.

بيّن ما إذا كانت العبارات الآتية تظهر ارتباطًا أم سببية، وفسر إجابتك:

- (5) إذا مارست رياضة الركض يوميًا، فسأكمل السباق (6) عندما لا تكون السماء غائمة، فلن تمطر. في ثلاث ساعات.

- (7) دلت الدراسات على أن تناول الفيتامينات المركّبة (8) إذا درست لمدة ثلاث ساعات، سأحصل على درجة 100% في اختبار التاريخ. يحافظ على صحة الجسم.

أيّ مقياس النزعة المركزية يناسب البيانات الآتية بشكل أفضل؟ ولماذا؟

(1) {12.1, 14.9, 6.7, 10, 12.8, 14, 18}

(2) {77.9, 101, 78.9, 105, 4.2, 110, 87.9}

(3) {10, 14.7, 14.7, 21, 7.4, 14.7, 8, 14.7}

(4) {29, 36, 14, 99, 16, 15, 12, 30}

(5) **سيارات:** في دراسة مسحية شملت 56 شخصاً اختيروا عشوائياً في إحدى المدن وُجد أن 14% منهم يقودون سيارات بيضاء اللون. ما هامش خطأ المعاينة؟ وما الفترة الممكنة التي تتضمن نسبة المجتمع الكلي الذين يقودون سيارات بيضاء؟

(6) **شواطئ البحر:** في دراسة مسحية شملت 812 شخصاً اختيروا عشوائياً وُجد أن 57% ذهبوا إلى شاطئ البحر أربع مرات على الأقل خلال العام الماضي. ما هامش خطأ المعاينة؟ وما الفترة الممكنة التي تحتوي على نسبة المجتمع الكلي الذين ذهبوا إلى شاطئ البحر أربع مرات على الأقل خلال العام الماضي؟

(7) أوجد الانحراف المعياري للبيانات في كل من a, b وقربه إلى أقرب جزء من مئة.

(a)

عدد مرات فوز كل لاعب في فريق تنس الطاولة في الموسم الماضي					
8	4	17	9	2	10
5	19	15	10	9	9

(b)

الدرجات التي حصل عليها 18 طالباً اختيروا عشوائياً من طلاب الصف الثالث الثانوي					
9	10	5	4	10	7
3	4	4	6	5	11
9	3	5	8	7	12

ألقي مكعبان مرقمان متميزان مرة واحدة. أوجد احتمال كل مما يأتي:

- (1) ظهور العدد 5 على وجهي المكعبين علمًا بأن العدد نفسه ظهر عليهما.
- (2) ظهور العدد 4 على وجهي المكعبين علمًا بأن العددين الظاهرين، كل منهما يزيد على 3.
- (3) عدم ظهور العدد 2 على أي من الوجهين علمًا بأن العددين الظاهرين زوجيان.

(4) **كيمياء:** يختبر كل من أحمد ووليد درجة الحموضة (PH) لـ 32 مركبًا في إحدى تجارب الكيمياء، وقد قسموا العمل بينهما كما في الجدول المجاور. إذا اختير مركب عشوائيًا، فأوجد كل احتمال فيما يأتي:

نتائج	وليد	أحمد
حامضي	12	8
قاعدي	9	3

(a) أن يكون المركب حامضيًا علمًا بأن وليد هو الذي اختبره.

(b) أن يختبر أحمد المركب علمًا بأن النتيجة "قاعدي".

(5) **انتخابات:** تنافس المرشحان (A)، (B) على رئاسة اللجنة الاجتماعية ضمن منطقة تشتمل على أربع مجتمعات سكنية (المجمع 1، والمجمع 2، والمجمع 3، والمجمع 4). والجدول أدناه يمثل الأصوات التي حصل عليها المرشحان.

	المجمع 1	المجمع 2	المجمع 3	المجمع 4
المرشح (A)	61	54	40	30
المرشح (B)	65	50	40	45

إذا اختير شخص عشوائيًا، فأوجد احتمال كل مما يأتي:

- (a) أن يكون الشخص قد انتخب المرشح A علمًا بأنه من المجمع 4.
- (b) أن يكون الشخص قد انتخب المرشح B علمًا بأنه من المجمع 3.

(6) **كرة سلة:** أحرز أحد لاعبي كرة السلة 194 هدفًا خلال العام الحالي، بينما كان رصيده من الأهداف في الأعوام السابقة 2162 هدفًا. إذا علمت أن الجدول أدناه يُمثل الأهداف التي سجّلها خلال العام الحالي والأعوام السابقة، واختير هدف عشوائيًا، فأوجد احتمال كل مما يأتي:

	هدف بنقطة	هدف بنقطتين	هدف بثلاث نقاط	مجموع الأهداف
العام الحالي	150	39	5	194
الأعوام السابقة	1721	386	55	2162

- (a) الهدف بنقطة واحدة علمًا بأن الهدف قد سجل خلال العام الحالي.
- (b) الهدف بنقطتين علمًا بأن الهدف قد سجل في الأعوام السابقة.

(1) **بالونات:** يحتوي كيس على بالونة خضراء، و 4 بالونات حمراء، و 5 بالونات صفراء. إذا سُحبت منه بالونتان عشوائياً، فأوجد كلاً ممّا يأتي:

(a) (البالونتان حمراوان) P (b) (بالونة حمراء والأخرى صفراء) P (c) (بالونة صفراء والأخرى خضراء) P

(d) (البالونتان خضراوان) P (e) (بالونتان حمراوان وبالونة صفراء) P (f) (بالونة حمراء والأخرى خضراء) P

(2) **نقود:** يحتوي صندوق على 3 أوراق نقدية من فئة الريال، و 8 أوراق من فئة 5 ريالات، و 4 أوراق من فئة 10 ريالات، و 10 أوراق من فئة 20 ريالاً. إذا سُحبت ورقتان بصورة عشوائية، فأوجد كلاً ممّا يأتي:

(a) (الورقتان من فئة الريال) P

(b) (الورقتان من فئة 10 ريالات) P

(c) (ورقة من فئة 5 ريالات، وأخرى من فئة 10 ريالات) P

(d) (ورقتان من فئة 10 ريالات، وأخرى من فئة 20 ريالاً) P

(3) **ورق الجدران:** زار جاسم معرض ورق الجدران؛ ليشتري ورقاً لمنزله الجديد. ووجد لدى المعرض 28 كتاباً يحتويون على عينات ورق الجدران، منها 10 كتب لعينّات تخطيط ورسم، و 18 كتاباً لعينّات مناظر طبيعية. إذا سمح المعرض لجاسم أن يصطحب معه 4 كتب إلى البيت ليتقّي منها، فاختار 4 كتب عشوائياً، فما احتمال أن تكون الكتب جميعها من كتب التخطيط والرسم؟

(4) **اتصالات:** استعمل الجدول أدناه الذي يُبين التوزيع الاحتمالي لعدد الهواتف النقالة في منزل كل طالب من طلاب مدرسة.

X عدد الهواتف النقالة	5	4	3	2	1
الاحتمال	0.10	0.39	0.34	0.16	0.01

(a) بيّن أن هذه البيانات تمثّل توزيعاً احتمالياً.

(b) إذا اختير أحد الطلاب عشوائياً، فما احتمال أن يكون في منزله أكثر من 3 هواتف؟

(c) مثّل البيانات بالأعمدة.

عدد الهواتف في منازل طلاب المدرسة



حدد ما إذا كانت البيانات الآتية تظهر التواءً موجباً أم التواءً سالباً أم موزعةً طبيعيًا:

أعمار موظفي إحدى الشركات الخاصة	
العمر بالسنوات	العدد
31-35	3
36-40	8
41-45	15
46-50	32
51-55	40
56-60	38
61-65	4

(2)

زمن البقاء في المتحف بالدقيقة	
الزمن بالدقيقة	التكرار
0-25	27
26-50	46
51-75	89
76-100	57
101-125	24

(1)

(3) دراسة: يوضح الجدول المجاور عدد ساعات الدراسة في الأسبوع لـ 100 طالب في مدرسة ثانوية.

عدد ساعات الدراسة	الطلاب
0-8	30
9-17	45
18-26	20
27-35	5

(a) ما النسبة المئوية للطلاب الذين تتراوح عدد ساعات دراستهم بين 9-17 ساعة؟

(b) هل تُظهر البيانات التواءً موجباً، أم التواءً سالباً، أم موزعةً طبيعيًا؟ وضح إجابتك.

(4) اختبارات: وزعت درجات اختبار طُبّق على بعض المستخدمين، توزيعاً طبيعيًا بمتوسط 100 وانحراف معياري 15.

(a) ما النسبة التقريبية للدرجات التي تقع بين 70، 130؟

(b) ما النسبة التقريبية للدرجات التي تقع بين 85، 130؟

(c) ما النسبة التقريبية للدرجات التي تزيد على 115؟

(d) ما النسبة التقريبية للدرجات التي تقل عن 85 أو تزيد على 115؟

(e) إذا تقدّم للاختبار 80 مستخدمًا، فكم تتوقّع عدد الذين يحصلون على درجات تزيد على 130؟

(5) درجات حرارة: إذا كان المتوسط لدرجات حرارة ماء البحر في أحد الأشهر 27.5°C ، والانحراف المعياري 2.0°C . وكنت تُفضّل ألا تقل درجة حرارة الماء عن 25.5°C كي تسبح في البحر، فما نسبة الأيام التي تكون فيها درجات الحرارة مناسبة لك للسباحة؟

(1) **قطع نقود:** إذا أُلقيت قطعة نقد 6 مرات متتالية. أوجد كلاً مما يأتي:

- (a) ظهور الكتابة 3 مرات بالضبط P
- (b) ظهور الكتابة 5 مرات بالضبط P
- (c) عدم ظهور الكتابة P
- (d) ظهور الكتابة 4 مرات على الأقل P

(2) **ضربات حرة:** احتمال أن يحرز لاعب كرة قدم هدفاً من ضربة حرة $\frac{2}{3}$. إذا ضرب 5 ضربات حرة، فأوجد كلاً مما يأتي:

- (a) عدم إحراز أي هدف P
- (b) إحراز أهداف من جميع الضربات P
- (c) إحراز هدفين بالضبط P
- (d) إحراز هدفين على الأكثر P

(3) **سلامة مرورية:** أشارت دراسة أن 73% ممن يقودون السيارات، يستعملون حزام الأمان. إذا اختير 10 أشخاص عشوائياً، فما احتمال أن يكون نصفهم بالضبط يستعملون حزام الأمان؟

(4) **مواصلات:** في استطلاع للرأي أُجري مؤخراً، تبين أن 80% من سكان إحدى المناطق يستعملون سياراتهم الخاصة في الذهاب إلى أعمالهم. إذا تم اختيار ثلاثة أشخاص من سكان هذه المنطقة عشوائياً وسؤالهم عما إذا كانوا يستعملون سياراتهم الخاصة للذهاب إلى أعمالهم.

(a) كَوّن جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X الذي يدل على عدد الأشخاص الذين أجابوا بنعم.

(b) أوجد المتوسط والتباين والانحراف المعياري لهذا التوزيع. وفّر معنى المتوسط في سياق هذا الموقف.

قدّر كل نهاية مما يأتي إذا كانت موجودة:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3-x}{|x-3|} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (4 - \sqrt{x}) \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x+7}{x^2+8x+7} \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-16}{x-4} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2+1}{x^2} \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x+7}{x^2+8x+7} \quad (5)$$

قدّر كل نهاية مما يأتي إذا كانت موجودة:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-2}{x-1} \quad (8)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^2}{x^2+1} \quad (7)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (2.7)^{3x+2} \quad (10)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} \quad (9)$$

(11) **معدل التغير:** يرتكز سلم طوله 20 ft على جدار. سُحِبَت قاعدة السلم بعيداً عن الجدار بمعدل 3 ft/sec. فبدأ الطرف العلوي للسلم في الهبوط بمعدل $r(x) = \frac{3x}{\sqrt{400-x^2}}$ قدمًا لكل ثانية، حيث x المسافة بين قاعدة السلم والجدار. قدّر $\lim_{x \rightarrow 20^-} r(x)$ باستعمال التمثيل البياني.

(12) **تلوث:** يمكن تقدير تكلفة تنظيف بقعة ملوثة بمخلفات كيميائية بالدالة $C(x) = \frac{312x}{100-x}$ ، حيث C التكلفة بالريال، و x كمية المخلفات الكيميائية بالجرامات، $0 \leq x < 100$. أوجد $\lim_{x \rightarrow 100^-} C(x)$.

احسب كل نهاية مما يأتي إذا كانت موجودة:

$$\lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^2 - 36}{x + 6} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 3x - 8) \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x^2 - 2x + 1} \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3+x)^2 - 9}{x} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2}{2 + \sqrt{x-3}} \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{2x^2 + 5x - 7} \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5 - 8x^2}{4x^5 + 3x} \quad (8)$$

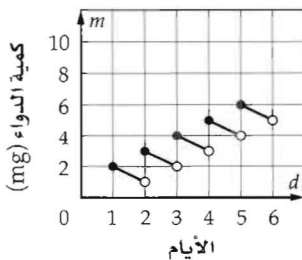
$$\lim_{x \rightarrow \infty} (2 - 6x + 5x^3) \quad (7)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (6x^7 - x^2) \quad (10)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 4x + 1}{5x^4 - 2x^2} \quad (9)$$

(11) **كتب:** تمثل الدالة $v(t) = \frac{300}{6 + 35(0.2)^t}$ سعر كتاب بالريال بعد t سنة من نشره. كم يكون الثمن النهائي $\lim_{t \rightarrow \infty} v(t)$ للكتاب؟ أي أوجد

(12) **دواء:** يتناول عامر 2mg من الدواء يومياً، ويبيّن الشكل المجاور كمية الدواء $m(d)$ المتبقية في دمه بعد d يوماً. أوجد $\lim_{d \rightarrow 3^-} m(d)$ ، $\lim_{d \rightarrow 3^+} m(d)$.



أوجد ميل مماسّ منحنى كل دالةٍ مما يأتي عند النقطة المعطاة :

$$y = \frac{5}{x}, (-1, -5) \quad (2)$$

$$y = x^2 - x, (3, 6) \quad (1)$$

أوجد معادلة ميل منحنى كل دالةٍ مما يأتي عند أي نقطة عليه :

$$y = x^3 - 2x^2 \quad (4)$$

$$y = -2x + 1 \quad (3)$$

تمثّل $h(t)$ في كلّ مما يأتي، بُعد جسم متحرك بالأقدام بعد t ثانية. أوجد السرعة المتجهة اللحظية لهذا الجسم عند الزمن المعطى :

$$h(t) = -16t^2 + 200t + 700, t = 3 \quad (6)$$

$$h(t) = 300 - 16t^2, t = 2 \quad (5)$$

تمثّل $h(t)$ في كلّ مما يأتي مسار جسم متحرك. أوجد معادلة السرعة المتجهة اللحظية $v(t)$ للجسم عند أي زمن :

$$h(t) = 5t^3 - 6t^2 + 4t + 1 \quad (8)$$

$$h(t) = 17t^2 + 8 \quad (7)$$

$$h(t) = \frac{3}{t} + 2t \quad (10)$$

$$h(t) = \sqrt{t} - 2t^2 \quad (9)$$

(11) **مظليّ** : يمكن تمثيل ارتفاع مظليّ عن سطح الأرض بالأقدام بعد t ثانية بالدالة $h(t) = 18000 - 16t^2$. أوجد سرعة المظلي المتجهة اللحظية $v(t)$.

(12) **كرة قدم** : ركل علي كرةً بسرعة ابتدائية مقدارها 58 ft/sec. وتمثّل الدالة $h(t) = -16t^2 + 58t + 6$ ارتفاع الكرة بالأقدام بعد t ثانية.

(a) أوجد سرعة الكرة المتجهة اللحظية $v(t)$.

(b) ما سرعة الكرة المتجهة بعد 1.5 sec ؟

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي باستعمال النهايات، ثم احسب قيمة المشتقة عند النقاط المعطاة :

$$h(x) = 4x^3 - x^2, x = 3, 0 \quad (2)$$

$$g(x) = 3x^2 - 5x, x = -2, 1 \quad (1)$$

$$m(x) = -2x^2 - 6x + 1, x = 0, -3 \quad (4)$$

$$f(x) = x^2 - 4x + 7, x = 2, -3 \quad (3)$$

$$t(x) = 3x^7 - 1, x = -1, 1 \quad (6)$$

$$q(x) = -1 + x^3 - 2x^4, x = -1, 3 \quad (5)$$

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي :

$$f(x) = x^2 (x^3 + 3x^2) \quad (8)$$

$$f(x) = (x^2 + 5x)^2 \quad (7)$$

$$h(x) = -\frac{3}{x^6} \quad (10)$$

$$f(x) = \sqrt[5]{x^6} \quad (9)$$

$$n(x) = (3x^2 - 2x)(x^3 + x^2) \quad (12)$$

$$p(x) = -4x^5 + 6x^3 - 5x^2 \quad (11)$$

$$q(x) = \sqrt{x} (x^2 - 3) \quad (14)$$

$$r(x) = \frac{3x-1}{x^2+2} \quad (13)$$

(15) **فيزياء :** تسارع جسم متحرك هو معدل تغير سرعته. تمثل الدالة $v(t) = 3t^2 - 6t + 5$ سرعة جسم متحرك بالمتر لكل ثانية. أوجد تسارع الجسم بالمتر لكل ثانية تربيع بعد 5sec (إرشاد: التسارع هو مشتقة السرعة).

قرب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى $f(x)$ والمحور x ، على الفترة المعطاة في كل مما يأتي باستعمال الطرف المعطى لمستطيلات عرض كل منها وحدة واحدة :

$$f(x) = -x^2 + 6x - 4 \quad (2)$$

$$[2, 5]$$

الطرف الأيمن

$$f(x) = x + 3 \quad (1)$$

$$[1, 5]$$

الطرف الأيسر

$$f(x) = 1 + x^2 \quad (4)$$

$$[1, 6]$$

الطرف الأيمن

$$f(x) = 3x^3 \quad (3)$$

$$[0, 4]$$

الطرف الأيسر

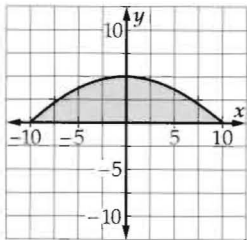
استعمل النهايات؛ لتقريب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة والمحور x ، والمعطى بالتكامل المحدد في كل مما يأتي:

$$\int_1^6 6x^2 dx \quad (6)$$

$$\int_0^2 x^2 dx \quad (5)$$

$$\int_{-2}^1 (-x^2 - 2x + 11) dx \quad (8)$$

$$\int_1^3 (x^2 - x) dx \quad (7)$$



(9) تصميم وعمارة : يصمم مهندس نافذة زجاجية يمكن نمذجتها بـ $y = 5 - 0.05x^2$ ، والممثلة بيانياً في الشكل المجاور. ما مساحة سطح النافذة؟

أوجد جميع الدوال الأصلية لكل دالة مما يأتي :

$$f(x) = 2x + 3 \quad (2)$$

$$f(x) = 4x^3 \quad (1)$$

$$f(x) = 8x^2 + 2x - 3 \quad (4)$$

$$f(x) = x(x^2 - 3) \quad (3)$$

احسب كل تكامل مما يأتي :

$$\int (2x^3 + 6x) dx \quad (6)$$

$$\int 8 dx \quad (5)$$

$$\int_2^5 2x dx \quad (8)$$

$$\int (-6x^5 - 2x^2 + 5x) dx \quad (7)$$

$$\int_{-2}^1 (1-x)(x+3) dx \quad (10)$$

$$\int_{-5}^{-1} (-4x^3 - 3x^2) dx \quad (9)$$

(11) **فيزياء :** الشغل اللازم بوحدة الجول لضغط نابض مسافة ℓ قدم من وضعه الطبيعي يُعطى بالصيغة

$$W = \int_0^{\ell} 2x dx . \text{ ما مقدار الشغل اللازم لضغط النابض مسافة } 6 \text{ in من وضعه الطبيعي؟}$$

(12) **أعمال النجارة :** افرض أن عدد الساعات التي يحتاج إليها نجار لصناعة p قطعة أثاث مُعطى بالتكامل

$$h = \int_0^p (30 - 3x) dx , \text{ فكم ساعة يحتاج هذا النجار لصناعة 6 قطع أثاث؟}$$